

Elementarna matematika 2

Zadaci s vježbi

Treći tjedan

Zadatak 1. Kutevi trokuta imaju omjer $6 : 3 : 1$. Dokažite da simetrala najvećeg kuta odsjeca od danog trokuta njemu sličan troku.

Zadatak 2. Dijagonale četverokuta $ABCD$ sijeku se u točki O . Dokažite da je $|AO| \cdot |BO| = |CO| \cdot |DO|$ ako i samo ako je AD paralelno s BC .

Zadatak 3. Dan je trokut ABC . Dokažite da je udaljenost ortocentra od vrha A dva puta veća od udaljenosti središta opisane kružnice od stranice BC .

Zadatak 4. Dvije kružnice dodiruju se izvana u točki T . Kroz točku T prolaze dvije sekante koje prvu kružnicu sijeku u točkama A i B , a drugu u točkama C i D . Dokažite da su pravci AB i CD paralelni.

Zadatak 5. Težišnice AA_1 i BB_1 trokuta ABC imaju duljine $|AA_1| = 6$ i $|BB_1| = 9/2$ i međusobno su okomite. Izračunajte duljine stranica tog trokuta.

Zadatak 6. U pravokutnom trokutu visina dijeli hipotenuzu na dužine duljina p i q . Dokažite da je duljina visine v geometrijska sredina dužina p i q , tj. $v = \sqrt{pq}$.

Zadatak 7. Upisana kružnica dodiruje hipotenuzu pravokutnog trokuta ABC , s pravim kutem u vrhu C , u točki M . Dokažite da je površina trokuta ABC jednaka $|AM| \cdot |BM|$.

Zadatak 8 (Teorem o središnjem i obodnom kutu). Dana je kružnica sa središtem O i njena tetiva \overline{AB} . Neka je C točka na kružnici koja je s iste strane pravca AB kao i O . Dokažite da je $2\angle ACB = \angle AOB$.